**OFFRE DE STAGE POST-DOCTORAL POUR UNE ANNEE**

|  |  |
| --- | --- |
| **Spécialité** | Mathématiques |
| **Structure de Recherche d'accueil** | Nom: Laboratoire Equations aux Dérivées Partielles  Code: LR03ES04 |
| **Responsable du Stage** | Nom et Prénom : Slim Tayachi  e-mail : [slimtayachi@gmail.com](mailto:slimtayachi@gmail.com) |
| **Directeur de la Structure de Recherche** | Nom et Prénom : Slim Tayachi  e-mail :slimtayachi@gmail.com |
| **Titre du sujet** | Explosion de solutions pour certaines équations de Schrödinger inhomogènes |
| **Mots clés** | Equation de Schrödinger inhomogène  Explosion  Identité Viriel localisée |
| **Durée du Contrat** | 12 mois |
| **Salaire Mensuel brut** | 1.600 DT |
| **Début du stage** | 1er Février 2024 |
| **Profil recherché**  Nous sommes à la recherche d’un(e) candidat(e) possédant une base solide en mathématiques, y compris une maitrise des techniques et des outils essentiels pour l’analyse des équations de Schrödinger, qu’elles soient linéaires ou non linéaires. La capacité d’analyser de manière approfondie les équations stationnaires de Schrödinger, en se concentrant spécifiquement sur la détermination de l’existence de l’état fondamental. Un bon niveau d’anglais est aussi exigé. | |
| DESCRIPTION DU SUJET  Objectif (état de l'art, objectifs scientifiques, problématique)  Plusieurs travaux portent sur l’étude de la dynamique des solutions de l’équation de Schrödinger inhomogène  itu+ Δu+ F(x, u) =0  de donnée initiale  u(0,.)=u0  et u :=u(t, x) : +N.  Le problème de Schrödinger inhomogène (F(x, u)= |x|^b|u|p-1u) est une extension de l’équation de Schrödinger homogène (F(x, u)= |u|p-1). On peut alors adapter et généraliser un certain nombre de méthodes afin d’étudier des modèles non-linéaires inhomogène.  La question d'existence des solutions explosives a fait l'objet de nombreuses études. En ce qui concerne l’équation de Schrödinger classique, la méthode générale de Glassey [J. Math. Phys., 1977] permet de montrer que pour une donnée d'énergie strictement négative et a une variance finie, alors la solution explose en temps fini.  Plus tard, Ogawa et Tsutsumi [J. Diff. Equat., 1991] ont montré le même résultat en dimension N pour des données radiales sans hypothèse de variance finie mais avec une restriction portant sur p.  Pour l’équation de Schrödinger non-linéaire inhomogène (b<0) d'une part, Farah [J. Evol. Equa., 2016] a prouvé que si u0 H1N) et |x|u02N) sous le seuil masse-énergie la solution correspondante explose en temps fini dans le cas masse-sur-critique et énergie-sous-critique. D'autre part, en suivant la même approche, Dinh [Nonli. Anal., 2018] a étudié le phénomène d'explosion en temps fini pour des données radiales avec énergie négative ou sous le seuil masse-énergie en dimension N.  Remarquons que les résultats d'explosion en temps fini existent pour des données radiales ou a variance finie. Récemment, certains travaux ont établi l'explosion pour des données non radiales et variance non nécessairement finie. En particulier, Bai et Li [2] ont étudié l'explosion en temps fini ou infini pour u0 H1N) sous le seuil masse-énergie dans le cas mass-sur-critique et énergie sous critique. De plus, ils ont obtenu une borne inférieure pour le taux d'explosion. Le cas masse critique a été étudié par Cardoso et Farah [1], ils ont prouvé que la solution explose en temps fini pour toute donnée avec énergie négative.  Motivé par ces résultats, l’objectif de ce projet est d’étudier l'explosion en temps fini ou infini dans le cas non radiale et sans hypothèse de variance finie aux différentes variantes des équations de Schrödinger inhomogène pour des non-linéarités masse-sur-critique et masse critique.  Notons que pour l’équation de Schrödinger classique (b=0), l'explosion en temps fini dans le cas non radiale et sans hypothèse de variance finie est toujours un problème ouvert sauf en dimension N=1.  Références:  [1] R. Bai and B. Li: Finite time/Infinite time blow-up behaviors for the inhomogeneous nonlinear Schrödinger equation, Nonlinear Analysis, 232, 113266, (2023).  [2] M. Cardoso and L. G. Farah: Blow-up of non radial solutions for the L2 critical inhomogeneous NLS equation, Nonlinearity, 35, 4426-4436, (2022).  [3] R. Ghanmi and T. Saanouni: A note on the inhomogeneous fourth-order Schrödinger equations, J. Pseudo. Diff. Oper. Appli,(2022).  [4] R. Ghanmi and T. Saanouni: Inhomogeneous coupled non-linear Schrödinger systems, J. Maths. Pyhs. 62, (2021).  Description et méthodologie  Pour aborder ce problème, on propose en premier lieu d’utiliser une identité de type viriel localisée et une inégalité de Gagliardo-Nirenberg. Le terme inhomogène décroissant est essentiel pour contrôler le terme source pour |x|> R>>1. Ensuite, on ramène le problème à une inégalité différentielle qui n’a pas de solution globale.  Contexte national et international  Contexte National :  Récemment, une équipe de la Faculté des Sciences de Tunis a commencé de s’intéresser à l’étude des équations de Schrödinger non-linéaires. Précisément, elle s’intéresse aux questions d’existence locale de solution, existence globale et comportement asymptotique. Nous encourageons les jeunes chercheurs pour publier des articles dans des journaux Scopus et ISI.  Contexte international:  Le problème de Cauchy pour l’équation de Schrödinger classique (F(x, u)= |u|p-1u) a été étudié de manière assez approfondie dans de nombreux cas après les travaux fondateurs par Ginibre et Vélo [J. Funct. Anal., 1979]. Au cours de ces dernières années l’équation de Schrödinger inhomogène a été étudiée par de nombreux auteurs. Genoud et Stuart [Discrete. Contin. Dyn. Sys., 2008] et Guzmàn [Nonl. Anal., 2017] ont prouvé le caractère globalement bien posé moyennant certaines conditions sur la puissance p et le coefficient b. Le scattering dans l’espace d’énergie a été prouvé par Dinh [J. Evol. Equa., 2019]. En outre, la question d’existence des solutions explosives a fait l’objet de nombreuses études. En particulier, Farah [J. Evol. Equa., 2016] a prouvé que si u0 H1N) et |x|u02N) sous le seuil masse-énergie la solution explose en temps fini dans le cas masse-sur-critique et masse-sous-critique. Le résultat s’étend aussi par Dinh [Nonli. Anal., 2018] pour des données radiales avec énergie négative ou sous le seuil masse-énergie en dimension N. Plus récemment, l’explosion en temps fini a été obtenu pour des données non radiales et variance non finie par Bai et Li [Nonl. Anal., 2023] et pour toute donnée avec énergie négative dans le cas critique par Farah et Cardoso [Nonlinearity, 2022]. D’autre part, Dinh et Keraani [J. Math. Anal., 2021] ont démontré l’explosion pour des données cylindriques.  Résultats espérés   * Dans la première partie de ce projet, en utilisant une estimation de type viriel localisée, on veut prouver d'abord l'existence de solution explosive sous le seuil masse-énergie dans le cas masse sur-critique non radiale et a variance infinie. Nous pouvons aussi obtenir une borne inférieure pour le taux d'explosion en temps infini. * Dans cette partie de ce projet, l'idée est d'étendre une estimation non-radiale pour prouver l'explosion en temps fini dans le cas masse critique pour des données d'énergie négative. * Dans cette partie, on essaie d'améliorer ou étendre les résultats existants pour l'explosion en temps fini pour des données non radiales.   Plan d'exécution  *Trimestre 1*  Dans la première partie de ce projet, on envisage de dériver une identité viriel localisée lié à notre équation qui est un outil essentiel dans le travail.  *Trimestre 2*  Dans la deuxième partie de ce projet, en utilisant une estimation de type viriel localisée, on veut prouver l'existence de solution explosive sous le seuil masse-énergie dans le cas masse sur-critique non radiale et a variance infinie. Nous pouvons aussi obtenir une borne inférieure sur le taux d'explosion en temps infini.  *Trimestre 3*  La troisième partie de ce projet est consacrée à l'étude du cas masse critique, on demande de prouver que la solution explose en temps fini lorsque l'énergie est négative.  *Trimestre 4*  La quatrième partie est consacrée à améliorer ou étendre les résultats existants pour l'explosion en temps fini pour des données non radiales. Aussi écrire les résultats et préparer les papiers pour soumission. | |

**Clôture de soumission des candidatures le 10 décembre 2023**

|  |
| --- |
| **Pour postuler :**  **-** Déposer un dossier constitué des pièces suivantes au Bureau d'ordre de l'établissement :  - Un Curriculum Vitae détaillé (CV)  - Une copie certifiée conforme de tous les diplômes depuis le Baccalauréat  - Une copie des relevés de notes des années d'études universitaires  - Une copie des publications  - Une copie de chaque communication orale ou par affiche avec les attestations de participation  - Bulletin N°3 (ou équivalent pour les étrangers)  - Copie de la CIN ou du passeport pour les étrangers  - Certificat Médical récent (daté de moins de 3 mois) |